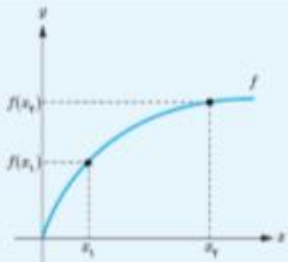
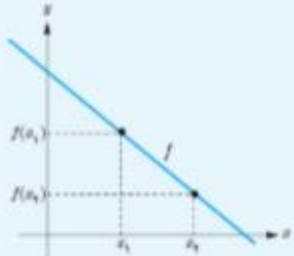
تغییرات کتاب ریاضی دوازدهم نسبت به 97 چاپ سال

صفحه ۷ چاپ ۹۷



تابع اکیداً صعودی

اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از دامنهٔ تابع f که $x_1<x_2$، داشته باشیم $f(x_1)<f(x_2)$، آنگاه f را تابعی اکیداً صعودی می‌نامیم.



تابع اکیداً نزولی

اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از دامنهٔ تابع f که $x_1<x_2$، داشته باشیم $f(x_1)>f(x_2)$، آنگاه f را تابعی اکیداً نزولی می‌نامیم.

تابع صعودی

اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از دامنهٔ تابع f که $x_1<x_2$، داشته باشیم $f(x_1)\leq f(x_2)$، آنگاه f را تابعی صعودی می‌نامیم.

تابع نزولی

اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از دامنهٔ تابع f که $x_1<x_2$، داشته باشیم $f(x_1)\geq f(x_2)$، آنگاه f را تابعی نزولی می‌نامیم.

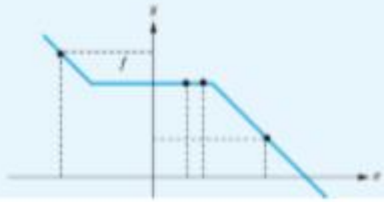
تابع f را در یک بازه ثابت می‌گوییم، اگر برای تمام مقادیر x در این بازه، مقدار f ثابت باشد. با توجه به تعاریف بالا، تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود.

نکته : به تابعی که در یک بازه فقط اکیداً صعودی یا فقط اکیداً نزولی باشد، تابع اکیداً یکنوا گوییم. همچنین به تابعی که در یک بازه فقط صعودی یا فقط نزولی باشد، تابع یکنوا گوییم. توابع اکیداً یکنوا همواره یکنوا هستند. آیا عکس این مطلب صحیح است؟ توضیح دهید.

صفحه ۷ چاپ ۹۸

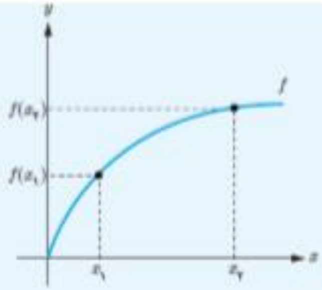
تابع صعودی

اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از مجموعهٔ A $(A\subseteq D_f)$ که $x_1<x_2$، داشته باشیم $f(x_1)\leq f(x_2)$، آنگاه f را تابعی صعودی می‌نامیم.



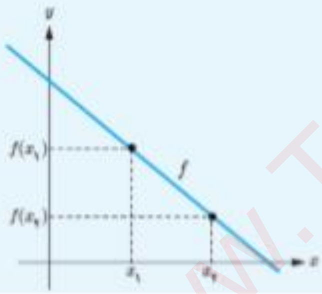
تابع نزولی

اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از مجموعهٔ A $(A\subseteq D_f)$ که $x_1<x_2$، داشته باشیم $f(x_1)\geq f(x_2)$، آنگاه f را تابعی نزولی می‌نامیم.



تابع اکیداً صعودی

اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از مجموعهٔ A $(A\subseteq D_f)$ که $x_1<x_2$، داشته باشیم $f(x_1)<f(x_2)$، آنگاه f را تابعی اکیداً صعودی می‌نامیم.



تابع اکیداً نزولی

اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از مجموعهٔ A $(A\subseteq D_f)$ که $x_1<x_2$، داشته باشیم $f(x_1)>f(x_2)$، آنگاه f را تابعی اکیداً نزولی می‌نامیم.

تابع f را در یک بازه ثابت می‌گوییم، اگر برای تمام مقادیر x در این بازه، مقدار f ثابت باشد. با توجه به تعاریف بالا، تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود.

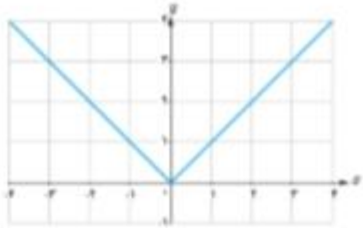
نکته : به تابعی که اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد، تابع اکیداً یکنوا گوییم. همچنین به تابعی که صعودی یا نزولی باشد، تابع یکنوا گوییم. توابع اکیداً یکنوا همواره یکنوا هستند. آیا عکس این مطلب صحیح است؟ توضیح دهید.

این تغییرات در صفحه ۱۷ هم آورده شده است. در تعاریف جدید به جای بازه، مجموعه گفته شده است ولی در سوالات و مثالها و تمرینات مطرح شده در کتاب درسی ۹۸ بازه خواسته شده است.

اصلاح مثال حل شده صفحه ۸

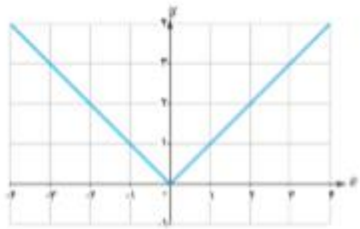
چاپ قدیم ۹۷

ممکن است تابعی در یک بازه صعودی (اکیداً صعودی) و در بازهٔ دیگر نزولی (اکیداً نزولی) باشد.
مثال : تابع $f(x)=|x|$ در بازهٔ $(-\infty,0)$ اکیداً نزولی و در بازهٔ $(0,+\infty)$ اکیداً صعودی است، اما در $\mathbb{R}$ نه صعودی است نه نزولی.



چاپ جدید ۹۸

ممکن است تابعی در یک بازه صعودی (اکیداً صعودی) و در بازهٔ دیگر نزولی (اکیداً نزولی) باشد.
مثال : تابع $f(x)=|x|$ در بازهٔ $(-\infty,0]$ اکیداً نزولی و در بازهٔ $[0,+\infty)$ اکیداً صعودی است، اما در $\mathbb{R}$ نه صعودی است نه نزولی.



در صفحه ۱۰ کتاب جدید یک سوال به سوالات افزوده شده است.

چاپ جدید ۹۸

۷ نمودار تابعی را رسم کنید که در هر یک از بازه‌های $(-\infty,0)$ و $(0,+\infty)$ اکیداً صعودی باشد ولی در R اکیداً صعودی نباشد.

در صفحه ۳۲ حل قسمت ب اصلاح شده است

چاپ جدید ۹۷

ب) با توجه به نمودار، ضابطهٔ تابع مورد نظر می‌تواند به صورت $y=a\sin bx+c$ باشد و با توجه به مقادیر ماکزیمم و مینیمم و دورهٔ تناوب از روی نمودار، $c=0$ و $|a|=\frac{1}{2}$ و $|b|=3$ به دست می‌آید که در آن علامت a منفی و b مثبت است. بنابراین داریم $y=-\frac{1}{2}\sin 3x$

چاپ جدید ۹۸

ب) با توجه به نمودار، ضابطهٔ تابع مورد نظر می‌تواند به صورت $y=a\sin bx+c$ باشد و با توجه به مقادیر ماکزیمم و مینیمم و دورهٔ تناوب از روی نمودار، $c=0$ و $|a|=\frac{1}{2}$ و $|b|=3$ به دست می‌آید که در آن علامت a منفی (مثبت) و b مثبت (منفی) است. بنابراین داریم
$y=-\frac{1}{2}\sin 3x$

در صفحه ۳۸ در جدول ∞+ در بالاتر چاپ شده است.

کتاب ۹۷

ربع اول					ربع دوم				ربع سوم				ربع چهارم			
۰	$\frac{\pi}{۶}$	$\frac{\pi}{۴}$	$\frac{\pi}{۳}$	$\frac{\pi}{۲}$	$\frac{۲\pi}{۳}$	$\frac{۳\pi}{۴}$	$\frac{۵\pi}{۶}$	π	$\frac{۷\pi}{۶}$	$\frac{۵\pi}{۴}$	$\frac{۴\pi}{۳}$	$\frac{۳\pi}{۲}$	$\frac{۵\pi}{۳}$	$\frac{۷\pi}{۴}$	$\frac{۱۱\pi}{۶}$	۲π
۰ ↗	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	...	...	↗ $+\infty$	...	-۱	...	۰	...	...	...		...	...	...	۰

کتاب ۹۸

ربع اول					ربع دوم				ربع سوم				ربع چهارم			
۰	$\frac{\pi}{۶}$	$\frac{\pi}{۴}$	$\frac{\pi}{۳}$	$\frac{\pi}{۲}$	$\frac{۲\pi}{۳}$	$\frac{۳\pi}{۴}$	$\frac{۵\pi}{۶}$	π	$\frac{۷\pi}{۶}$	$\frac{۵\pi}{۴}$	$\frac{۴\pi}{۳}$	$\frac{۳\pi}{۲}$	$\frac{۵\pi}{۳}$	$\frac{۷\pi}{۴}$	$\frac{۱۱\pi}{۶}$	۲π
				$+\infty$												
۰ ↗	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	...	...	↗	...	-۱	...	۰	...	...	...		...	...	...	۰

کار در کلاس صفحه ۳۹ اصلاح شده است

کتاب ۹۷

کار در کلاس

صعودی یا نزولی بودن تابع $y = \tan\alpha$ را در بازه $[۰, ۲\pi]$ بررسی کنید.

کتاب ۹۸

کار در کلاس

صعودی یا نزولی بودن تابع $y = \tan x$ را در مجموعهٔ $[۰, ۲\pi] - \left\{\frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲}\right\}$ بررسی کنید.

اصلاح تمرین ۵ صفحه ۴۱

کتاب ۹۷

۵ کدام‌یک از جملات زیر درست و کدام‌یک نادرست است؟

الف) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.

ب) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد.

پ) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن غیرصعودی باشد.

ت) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

کتاب ۹۸

۵ کدام‌یک از جملات زیر درست و کدام‌یک نادرست است؟

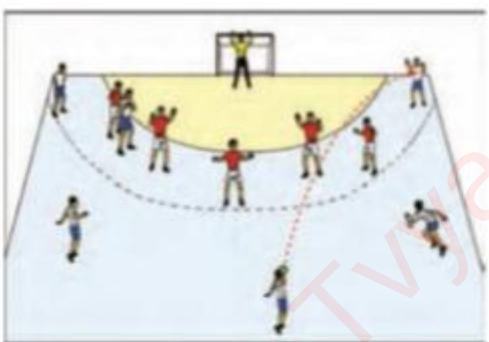
الف) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.

ب) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد.

پ) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

اصلاح شکل صفحه ۴۷ و جواب آن

کتاب ۹۷



مثال : یک بازیکن هندبال توپ را با سرعت $16\ m/s$ برای هم‌تیمی خود که در ۱۲/۸ متری او قرار دارد پرتاب می‌کند. اگر رابطه بین سرعت توپ v (بر حسب متر بر ثانیه)، مسافت طی شده افقی d (بر حسب متر) و زاویه پرتاب θ به‌صورت زیر باشد، آنگاه زاویه پرتاب توپ چقدر بوده است؟

$$d=\frac{v^2\sin 2\theta}{10}$$

از رابطه داده شده به دست می‌آید :

$$12/8=\frac{(16)^2\sin 2\theta}{10}\Rightarrow \sin 2\theta=\frac{12/8\times 10}{256}\Rightarrow \sin 2\theta=\frac{1}{2}\Rightarrow \begin{cases}2\theta=2k\pi+\frac{\pi}{6} & ,k\in\mathbb{Z}\\ 2\theta=(2k+1)\pi-\frac{\pi}{6} & ,k\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

با توجه به شکل، جواب قابل قبول $\theta=\frac{\pi}{12}$ می‌باشد.

کتاب ۹۸

✤ مثال : یک بازیکن هندبال توپ را با سرعت $16\ m/s$ برای هم‌تیمی خود که در ۱۲/۸ متری او قرار دارد پرتاب می‌کند. اگر رابطه بین سرعت توپ v (بر حسب متر بر ثانیه)، مسافت طی شده افقی d (بر حسب متر) و زاویه پرتاب θ به‌صورت زیر باشد، آنگاه زاویه پرتاب توپ چقدر بوده است؟

$$d = \frac{v^2 \sin 2\theta}{10}$$

از رابطه داده شده به دست می‌آید :

$$12/8 = \frac{(16)^2 \sin 2\theta}{10} \Rightarrow \sin 2\theta = \frac{12/8 \times 10}{256} \Rightarrow \sin 2\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2\theta = 2k\pi + \frac{\pi}{6} & , k \in \mathbb{Z} \\ 2\theta = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} & , k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

با توجه به شکل، جواب قابل قبول $\theta = \frac{\pi}{12}$ و $\theta = \frac{5\pi}{12}$ می‌باشند.

اصلاح پاورقی صفحه ۵۲

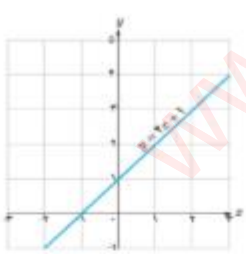
کتاب ۹۷

۱ـ در این بخش از درس اول، حد توابع گویا که درجهٔ صورت و مخرج حداکثر ۳ باشد و همچنین توابع کسری شامل عبارت‌های رادیکالی با فرجهٔ حداکثر ۳ مورد بحث هستند. بنابراین تابع‌های شامل قدر مطلق، جزء صحیح و نسبت‌های مثلثاتی مدنظر نیستند. رعایت این مطلب در انواع ارزشیابی‌ها الزامی است.

کتاب ۹۸

۱ـ در این بخش از درس اول، حد توابع گویا که درجهٔ صورت و مخرج حداکثر ۳ باشد و همچنین توابع کسری شامل عبارت‌های رادیکالی با فرجهٔ حداکثر ۳ مورد بحث هستند. رعایت این مطلب در انواع ارزشیابی‌ها الزامی است.

در صفحه ۶۲ نمودار ب اشتباه رسم شده است هم در کتاب قدیم هم در چاپ جدید



ب) $\lim\limits_{x \to -\infty} (2x+1) = \cdots$

$\lim\limits_{x \to +\infty} (2x+1) = \cdots$

حذف تمرین ۹ صفحه ۷۲

کتاب ۹۷

۹ در هر ثانیه علی l متر با دوچرخه و رضا s متر با پای پیاده طی می‌کنند، به‌طوری که $s < l$. در یک زمان داده شده، چگونه می‌توان مسافت طی شده توسط رضا و علی را مقایسه کرد؟

الف) علی $l - s$ متر بیش از رضا مسافت طی خواهد کرد.

ب) علی $s \cdot l$ متر بیش از رضا مسافت طی خواهد کرد.

پ) علی s/l متر بیش از رضا مسافت طی خواهد کرد.

ت) علی $s \cdot l$ برابر رضا مسافت طی خواهد کرد.

ث) علی s/l برابر رضا مسافت طی خواهد کرد.

اصلاح تعریف مماس قائم متاسفانه در کتاب جدید کاملا اشتباه تعریف شده است.

کتاب ۹۷

اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد و $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = +\infty$ یا $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = -\infty$ در این‌صورت خط $x = a$ را «مماس قائم» بر منحنی f در نقطه $(a, f(a))$ می‌نامیم. بدیهی است $f'(a)$ در این حالت وجود ندارد.

به‌طور خلاصه می‌توان گفت:

تابع f در $x = a$ مشتق‌پذیر نیست هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد[1].

۱ f در a پیوسته نباشد.

۲ f در a پیوسته باشد و مشتق راست و مشتق چپ در $x = a$:

الف) هر دو موجود (متناهی) ولی نابرابر باشند (نقطه گوشه‌ای).

ب) یکی متناهی و دیگری نامتناهی باشد (نقطه گوشه‌ای).

پ) هر دو نامتناهی باشند.

کتاب ۹۸

اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد و در این نقطه حد چپ یا راست نامتناهی داشته باشد در این‌صورت خط $x = a$ را «مماس قائم» بر منحنی f در نقطه $(a, f(a))$ می‌نامیم. بدیهی است $f'(a)$ در این حالت وجود ندارد.

به‌طور خلاصه می‌توان گفت:

اگر تابع f در $x = a$ هریک از شرایط زیر را داشته باشد، در این‌صورت در این نقطه مشتق‌پذیر نیست.

۱ f در a پیوسته نباشد.

۲ f در a پیوسته باشد و مشتق راست و مشتق چپ در $x = a$:

الف) هر دو موجود (متناهی) ولی نابرابر باشند (نقطه گوشه‌ای).

ب) یکی متناهی و دیگری نامتناهی باشد (نقطه گوشه‌ای).

پ) هر دو نامتناهی باشند.

حذف پاورقی صفحه ۸۱

اصلاح مثال حل شده صفحه ۸۳

کتاب ۹۷

مثال : اگر $f(x)=\frac{1}{x}$ ، تابع مشتق و دامنه آن را به‌دست آورید. $f'(3)$ را از دو روش به‌دست آورید : با استفاده از تابع مشتق و سپس با استفاده از تعریف مشتق در $x=3$.

کتاب ۹۸

مثال : اگر $f(x)=\frac{1}{x}$ ، تابع مشتق و دامنه آن را به‌دست آورید. $f'(3)$ را با استفاده از تابع مشتق و سپس با استفاده از تعریف مشتق در $x=3$ به‌دست آورید.

اصلاح قسمت ب سوال ۳ صفحه ۹۰

چاپ ۹۷

۳ تابع $f(x)=\begin{cases} 5x-4 & x<0 \\ x^2 & 0\le x\le 3 \\ x+6 & x>3 \end{cases}$ داده شده است.

الف) نمودار تابع f را رسم کنید.

ب) نشان دهید که $f'(0)$ و $f'(3)$ وجود ندارند.

پ) ضابطه تابع مشتق را بنویسید.

ت) نمودار تابع f' را رسم کنید.

چاپ ۹۸

۳ تابع $f(x)=\begin{cases} 5x-4 & x<0 \\ x^2 & 0\le x\le 3 \\ x+6 & x>3 \end{cases}$ داده شده است.

الف) نمودار تابع f را رسم کنید.

ب) با توجه به نمودار تابع f بگویید که چرا $f'(0)$ و $f'(3)$ وجود ندارند؟

پ) ضابطه تابع مشتق را بنویسید.

ت) نمودار تابع f' را رسم کنید.

اضافه نمودن تمرین در صفحه ۹۱

کتاب ۹۷

۸ اگر $f(x)=|x^2-4|$. به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری f را در نقاط به طول‌های ۲ و ۲- بررسی کنید.

کتاب ۹۸

۸ اگر $f(x)=|x^2-4|$. به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری f را در نقاط به طول‌های ۲ و ۲- بررسی کنید.

۹ مشتق تابع $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$ را به‌دست آورده و مشخص کنید در چه نقطه‌ای مماس قائم دارد؟

اضافه نمودن تمرین ۱۵ در صفحه ۹۲

۱۵ اگر $f(x)=5x^3-4x^2-3x$ ، مقدار $f''(-1)$ را به‌دست آورید.

صفحه ۱۰۰ حذف تمرین ۶ در کتاب جدید

کتاب ۹۷

۶ با توجه به مقادیر تابع f در جدول زیر، f' را برای نقاط داده شده تخمین بزنید. به‌طور مثال $f'(0) \approx -6$. بقیه جدول را کامل کنید.

x	۰	۵	۱۰	۱۵	۳۰
$f(x)$	۱۰۰	۷۰	۵۵	۴۶	۴۰
مقدار تقریبی $f'(x)$	۶-				

کتاب ۹۸

حذف این تمرین

اصلاح تعریف در صفحه ۱۰۵

کتاب ۹۷

تعریف: گوییم تابع f در نقطه‌ای به طول c ماکزیمم نسبی دارد، هرگاه یک همسایگی از c مانند I باشد که برای هر $x \in I$ داشته باشیم $f(c) \geq f(x)$. در این حالت $f(c)$ مقدار ماکزیمم نسبی تابع f نامیده می‌شود.

تعریف: گوییم تابع f در نقطه‌ای به طول c مینیمم نسبی دارد، هرگاه یک همسایگی از c مانند I باشد که برای هر $x \in I$ داشته باشیم $f(c) \leq f(x)$. در این حالت $f(c)$ را مقدار مینیمم نسبی تابع f می‌نامیم.

کتاب ۹۸

تعریف: گوییم تابع f در نقطه‌ای به طول c ماکزیمم نسبی دارد، هرگاه یک همسایگی از c مانند $I \subseteq D_f$ باشد که برای هر $x \in I$ داشته باشیم $f(c) \geq f(x)$. در این حالت $f(c)$ مقدار ماکزیمم نسبی تابع f نامیده می‌شود.

تعریف: گوییم تابع f در نقطه‌ای به طول c مینیمم نسبی دارد، هرگاه یک همسایگی از c مانند I باشد که برای هر $x \in I \subseteq D_f$ داشته باشیم $f(c) \leq f(x)$. در این حالت $f(c)$ را مقدار مینیمم نسبی تابع f می‌نامیم.

اصلاح تعریف نقطه بحرانی در صفحه ۱۰۲

کتاب ۹۷

تعریف: فرض کنیم $c \in D_f$ و f در یک همسایگی از c تعریف شده باشد. نقطه به طول c را یک نقطهٔ بحرانی برای تابع f می‌نامیم هرگاه $f'(c)$ برابر صفر باشد یا $f'(c)$ موجود نباشد.

کتاب ۹۸

تعریف: نقطهٔ به طول c از دامنهٔ تابع f را یک نقطهٔ بحرانی برای این تابع می‌نامیم هرگاه $f'(c)$ برابر صفر باشد یا $f'(c)$ موجود نباشد.

با توجه به اصلاح تعریف نقطه بحرانی متاسفانه باز هم در مثالهای ارائه شده کتاب جدید این تغییرات رعایت نشده است.

مانند مثال صفحه ۱۰۲

کتاب ۹۷

مثال: در کار در کلاس قبل دیدیم که تابع $f(x) = ||x|-2|$ در نقاط B، C و D مشتق‌ناپذیر است. به عبارت دیگر، نقاط به طول ۲-، صفر و ۲ که جزو نقاط دامنه f هستند، در دامنهٔ f' نیستند. پس، این سه نقطه، نقاط بحرانی تابع f می‌باشند. همچنین در همین کار در کلاس، مشتق تابع $g(x)=-x^2-1$ به ازای صفر برابر صفر است؛ یعنی $g'(0)=0$. بنابراین نقطهٔ $B(0,-1)$، نقطهٔ بحرانی تابع g است.

کتاب ۹۸

مثال: در کار در کلاس قبل دیدیم که تابع $f(x) = ||x|-2|$ در نقاط B، C و D مشتق‌ناپذیر است. به عبارت دیگر، نقاط به طول ۲-، صفر و ۲ که جزو نقاط دامنه f هستند، در دامنهٔ f' نیستند. پس، این سه نقطه، نقاط بحرانی تابع f می‌باشند. همچنین در همین کار در کلاس، مشتق تابع $g(x)=-x^2-1$ به ازای صفر برابر صفر است؛ یعنی $g'(0)=0$. بنابراین نقطهٔ $B(0,-1)$، نقطهٔ بحرانی تابع g است.

مثال در کتاب ۹۸ باید به صورت زیر اصلاح گردد

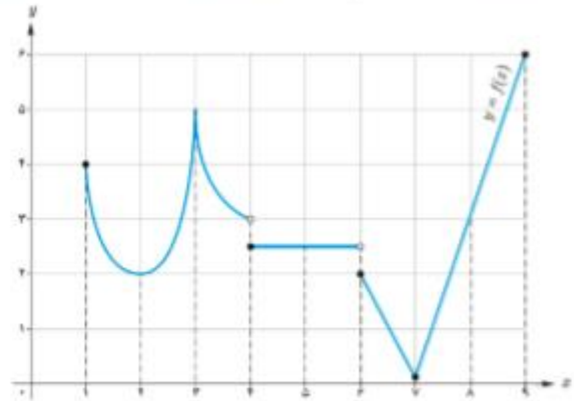
تابع در نقاط A,B,C,D,E مشتق ناپذیر است. به عبارت دیگر نقاط به طول ۲-،صفر،۲، ۳-و۵ که جزو نقاط دامنه تابع F هستند.

پس این پنج نقطه نقاط بحرانی تابع می باشد.

با توجه به اصلاح تعریف نقطه بحرانی که ابتدا و انتهای بازه را بحرانی در نظر گرفته بایستی مثالهای و کاردر کلاسهای صفحه های ۱۱۱و۱۰۶و۱۱۰ اصلاح گردد.

کار در کلاس

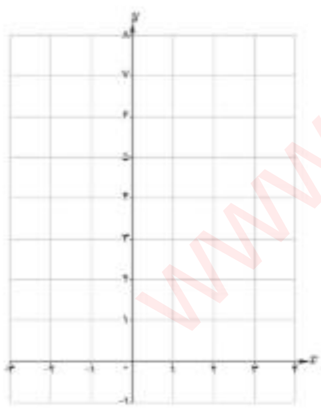
۱ با تکمیل جدول زیر، اکسترمم‌های مطلق و نسبی تابع زیر و همچنین نقاط بحرانی آن را در نقاط مشخص شده تعیین کنید.



طول نقطه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
max مطلق	×	×			×	×			✓
min مطلق	×	×			×	×			×
max نسبی	×	×			✓	×			×
min نسبی	×	✓			✓	×			×
نقطهٔ بحرانی	×	✓			✓	✓			×

فعالیت

تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ را در بازهٔ $[-2, 3]$ رسم کنید و با توجه به نمودار، نقاط اکسترمم مطلق را تعیین کنید.



در فعالیت قبل دیده می‌شود که تابع پیوستهٔ $f(x) = |x^2 - 1|$ در بازهٔ بستهٔ $[-2, 3]$ هم ماکزیمم مطلق دارد و هم مینیمم مطلق که این مطلب همواره درست است. همچنین مشاهده می‌شود که نقاط اکسترمم مطلق، در نقاط بحرانی تابع یا نقاط انتهایی بازه واقع‌اند. این موضوع نیز همواره درست است.

حذف شود

قضیه : فرض کنیم تابع f در بازهٔ بستهٔ $[a, b]$ پیوسته باشد. در این صورت f در این بازه هم ماکزیمم مطلق دارد و هم مینیمم مطلق.

قضیهٔ فوق، تنها وجود اکسترمم‌های مطلق توابع پیوسته را در بازه‌های بسته تضمین می‌کند و به روش یافتن این نقاط اشاره‌ای ندارد. مراحل یافتن اکسترمم‌های مطلق تابع پیوسته f در بازهٔ بستهٔ $[a , b]$ به شرح زیر است :

حذف گردد

> ۱ــ مشتق تابع را به دست آورده و نقاط بحرانی f را می‌یابیم.
> ۲ــ مقدار تابع را در هر یک از نقاط بحرانی و همچنین در نقاط انتهایی بازه محاسبه می‌کنیم.
> ۳ــ در مرحلهٔ ۲، بزرگ‌ترین عدد به دست آمده، مقدار ماکزیمم مطلق تابع و کوچک‌ترین آنها مینیمم مطلق تابع در بازهٔ $[a , b]$ است.

مثال : نقاط اکسترمم مطلق تابع $f(x) = ۲x^۳ + ۳x^۲ - ۱۲x$ را در بازهٔ $[-۱ , ۳]$ تعیین کنید.

حل : ابتدا به کمک f'، نقاط بحرانی تابع را به‌دست می‌آوریم.

$$f'(x)= ۶x^۲ + ۶x - ۱۲$$
$$f'(x) = ۰ \Rightarrow x^۲ + x - ۲ = ۰$$
$$\Rightarrow (x+۲)(x-۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۲ \notin [-۱,۳] \\ x = ۱ \text{ نقطهٔ بحرانی} \end{cases}$$

و x=1,3

علاوه بر نقطهٔ بحرانی، مقدار تابع را در نقاط انتهایی بازه هم به‌دست می‌آوریم که در جدول مقابل آمده است.

x	۱-	۱	۳
$f(x)$	۱۳	۷-	۴۵

با توجه به جدول، دیده می‌شود که بزرگ‌ترین مقدار برای تابع در بازهٔ $[-۱ , ۳]$ برابر ۴۵ و کوچک‌ترین مقدار، مساوی ۷- است. به همین دلیل، این دو مقدار به ترتیب مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع در این بازه‌اند.

اصلاح عنوان قضیه فرما در صفحه ۱۰۶

کتاب ۹۷

> **قضیه فرما**[1] : اگر تابع f در نقطهٔ به طول c ماکزیمم یا مینیمم نسبی داشته باشد و $f'(c)$ موجود باشد، آنگاه $f'(c)=۰$. به عبارت دیگر، هر نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع، یک نقطهٔ بحرانی آن است.

کتاب ۹۸

> **قضیه** : اگر تابع f در نقطهٔ به طول c ماکزیمم یا مینیمم نسبی داشته باشد و $f'(c)$ موجود باشد، آنگاه $f'(c)=۰$. به عبارت دیگر، هر نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع، یک نقطهٔ بحرانی آن است.

اصلاح تمرین ۱ صفحه ۱۴۰

کتاب ۹۷

۲ الف) می‌خواهیم کنار رودخانه یک محوطه به شکل مثلث متساوی‌الساقین را نرده‌کشی کنیم. اگر تنها هزینه ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، در این‌صورت بیشترین مساحت ممکن برای این مثلث چقدر خواهد بود؟

ب) بدون استفاده از مشتق نیز، این مسئله را حل کنید.

کتاب ۹۸

۲ الف) می‌خواهیم کنار رودخانه یک محوطه به شکل مثلث متساوی‌الساقین را نرده‌کشی کنیم به طوری که قاعدهٔ مثلث منطبق بر رودخانه باشد. اگر تنها هزینه ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، در این‌صورت بیشترین مساحت ممکن برای این مثلث چقدر خواهد بود؟

ب) بدون استفاده از مشتق نیز، این مسئله را حل کنید.

اضافه شدن تمرین ۶ به صفحه ۱۴۸

۶ مدرسهٔ A سه برابر مدرسهٔ B دانش‌آموز دارد. ۲۵ درصد دانش‌آموزان مدرسهٔ A و ۱۵ درصد دانش‌آموزان مدرسهٔ B معدلی بالای ۱۸ دارند. اگر همهٔ دانش‌آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آنها را انتخاب کنیم :

الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسهٔ A و با چه احتمالی از مدرسهٔ B است؟ ب) با چه احتمالی فرد انتخابی معدلی بالای ۱۸ دارد؟